



COURS DE MATHEMATIQUES  
Fichier .pdf du cours en vidéo du même nom

# Les probabilités

## Combinaison

Ce cours porte exclusivement sur la notion de combinaison relative au dénombrement et aux probabilités.

### 1 L'idée générale

Le dénombrement d'un événement n'est autre que le calcul du nombre de cas où l'événement considéré peut se produire.

La probabilité d'un événement correspond au nombre de cas où l'événement considéré peut se produire, divisé par le nombre total de cas.

### 2 La théorie

#### 2.1 La combinaison

Soient  $p \in \mathbb{N}$  et  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $0 \leq p \leq n$ .

Soit  $E$  un ensemble fini de cardinal  $n$ .

Une **combinaison** de  $p$  éléments de  $E$  est un sous-ensemble constitué de  $p$  éléments de  $E$ .



## 2.2 Le nombre de combinaisons

Soient  $p \in \mathbb{N}$  et  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $0 \leq p \leq n$ .

Soit  $E$  un ensemble fini de cardinal  $n$ .

Le nombre de combinaisons de  $p$  éléments de  $E$ , noté  $C_n^p$ , est donné par :

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$$

## 3 Attention !

Il ne faut pas confondre arrangement et combinaison.

## 4 Les astuces

La question “combien y a-t-il de combinaisons” peut être traduite par “combien y a-t-il de façons de tirer au sort  $p$  éléments parmi  $n$  éléments, sans remise et sans prise en compte de l’ordre des éléments tirés”.



## 5 Exercices pratiques

### 5.1 Exercice 1

Un enfant trace 7 points sur une feuille.  
Combien de droites peut-il tracer à partir des 7 points?

Soit  $E$  l'ensemble des points.

Une droite revient à relier 2 points parmi les 7 disponibles, quel que soit l'ordre dans lequel chaque point est choisi. Compte tenu de l'absence de notion d'ordre, une droite correspond donc à une combinaison de 2 éléments parmi 7.

Soit  $\xi$  le nombre de droites,  $\xi$  est donné par :

$$\begin{aligned}\xi &= C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2! \times 5!} \\ \xi &= \frac{7 \times 6 \times 5!}{2! \times 5!} \\ \xi &= \frac{7 \times 6}{2!} \\ \xi &= 21\end{aligned}$$

L'enfant a donc la possibilité de tracer 21 droites à partir de ses 7 points.



## 5.2 Exercice 2

Une association réunit 20 membres. Chaque année, il faut élire le comité de direction qui compte 3 personnes.

Combien de comités de direction peuvent être constitués ?

Soit  $E$  l'ensemble des membres de l'association.

Un comité de direction possible revient à élire 3 personnes, quel que soit l'ordre dans lequel chaque personne est élue. Compte tenu de l'absence de notion d'ordre, un comité de direction possible correspond donc à une combinaison de 3 éléments parmi 20.

Soit  $\xi$  le nombre de comités de direction possibles,  $\xi$  est donné par :

$$\begin{aligned}\xi &= C_{20}^3 = \frac{20!}{3!(20-3)!} = \frac{20!}{3! \times 17!} \\ \xi &= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{3! \times 17!} \\ \xi &= \frac{20 \times 19 \times 18}{3!} \\ \xi &= 1140\end{aligned}$$

A l'occasion de l'élection, 1140 comités de direction possibles peuvent être constitués.



### 5.3 Exercice 3

Un jeu de loto consiste à tirer au hasard 6 boules dans une urne qui en contient 20.

Combien y a-t-il de tirages possibles?

Soit  $E$  l'ensemble des boules présentes dans l'urne. Un tirage possible revient à prendre au hasard 6 boules, quel que soit l'ordre dans lequel chaque boule est tirée. Compte tenu de l'absence de notion d'ordre, un tirage possible correspond donc à une combinaison de 6 éléments parmi 20.

Soit  $\xi$  le nombre de tirages possibles,  $\xi$  est donné par :

$$\begin{aligned}\xi &= C_{20}^6 = \frac{20!}{6!(20-6)!} = \frac{20!}{6! \times 14!} \\ \xi &= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14!}{6! \times 14!} \\ \xi &= \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15}{6!} \\ \xi &= 38760\end{aligned}$$

Le jeu de loto permet d'effectuer 38760 tirages possibles.



## 5.4 Exercice 4

Au poker, la première distribution consiste à donner à chaque joueur un jeu de 5 cartes.

Combien y a-t-il de jeux possibles?

Soit  $E$  l'ensemble des cartes.

Un jeu possible revient à distribuer 5 cartes parmi 32, quel que soit l'ordre dans lequel chaque carte est donnée. Compte tenu de l'absence de notion d'ordre, un jeu possible correspond donc à une combinaison de 5 éléments parmi 32.

Soit  $\xi$  le nombre de jeux possibles,  $\xi$  est donné par :

$$\begin{aligned}\xi &= C_{32}^5 = \frac{32!}{5!(32-5)!} = \frac{32!}{5! \times 27!} \\ \xi &= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27!}{5! \times 27!} \\ \xi &= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28}{5!} \\ \xi &= 201.376\end{aligned}$$

Au poker, la première distribution peut fournir 210.376 jeux possibles.