COURS DE MATHEMATIQUES
Fichier .pdf du cours en vidéo du même nom

Les nombres complexes

Affixe

Ce cours porte exclusivement sur la notion d'affixe relative aux nombres complexes.

1 L'idée générale

Les nombres complexes ne sont pas forcément réels au sens où ils peuvent posséder une partie imaginaire. Cette partie imaginaire permet d'envisager par exemple l'écriture de la racine carrée d'un nombre négatif, ou même la résolution d'une équation du second degré dont le discriminant est négatif.

2 La théorie

2.1 L'affixe d'un point

Soit (P) le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$. Soit M le point de coordonnées (a,b) dans (P).
M est appelé point image du nombre complexe $z = a + ib$, avec a et b des réels.
Réciproquement, le nombre complexe $z = a+ib$ est appelé affixe du point M.

2.2 L'affixe d'un vecteur

Soit (P) le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$. Soient A et B deux points de (P), d'affixes respectives z_A et z_B.
Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe le nombre complexe $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$.

2.3 Interprétation géométrique

On considère que le plan complexe (P) est muni d'un repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$. Soit M le point image du nombre complexe $z = a + ib$, avec a et b des réels.
Le réel a correspond à l'abscisse du point M, et le réel b à son ordonnée.

3 Les astuces

Géométriquement, le conjugué $\bar{z}$ d'un nombre complexe correspond à son symétrique par rapport à l'axe des abscisses (des réels), alors que son opposé $-z$ n'est autre que son symétrique par rapport à l'origine O du repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$.

4 Exercices pratiques

4.1 Exercice 1

Soient les points $A(2;1)$ et $B(1;2)$. Déterminer les affixes des points A et B et celle du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

D'après la définition de l'affixe d'un point, on peut écrire :

$$z_A = 2 + i \times 1 \text{ et } z_B = 1 + i \times 2$$

$$z_A = 2 + i \text{ et } z_B = 1 + 2i$$

D'après la définition de l'affixe d'un vecteur, on peut écrire :

$$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$$

$$z_{\overrightarrow{AB}} = 1 + 2i - (2 + i)$$

$$z_{\overrightarrow{AB}} = 1 + 2i - 2 - i$$

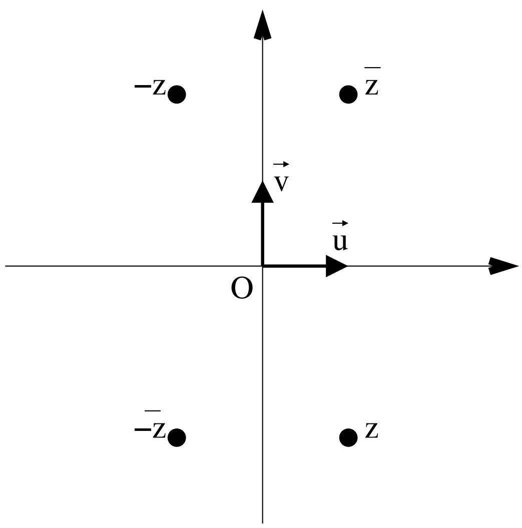
$$z_{\overrightarrow{AB}} = -1 + i$$

L'affixe du point A est $z_A = 2 + i$, celle de B est $z_B = 1 + 2i$, et celle du vecteur $\overrightarrow{AB}$ s'écrit $z_{\overrightarrow{AB}} = -1 + i$.

4.2 Exercice 2

Soit le nombre complexe $z = 1 - 2i$.
Sans calcul, représenter graphiquement z, son conjugué $\bar{z}$, son opposé $-z$, et l'opposé de son conjugué $-\bar{z}$.

Quel que soit le nombre complexe z, son conjugué correspond par définition à son symétrique par rapport à l'axe des abscisses (des réels).
Quel que soit le nombre complexe z, son opposé correspond par définition à son symétrique par rapport à l'origine O du repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$.
En combinant les deux définitions précédentes, quel que soit le nombre complexe z, l'opposé de son conjugué $-\bar{z}$ est donc le symétrique, par rapport à l'origine O du repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$, de son symétrique par rapport à l'axe des abscisses, c'est-à-dire finalement son symétrique par rapport à l'axe des ordonnées (des imaginaires).
La figure ci-dessous place chacun de ces points dans le repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$.



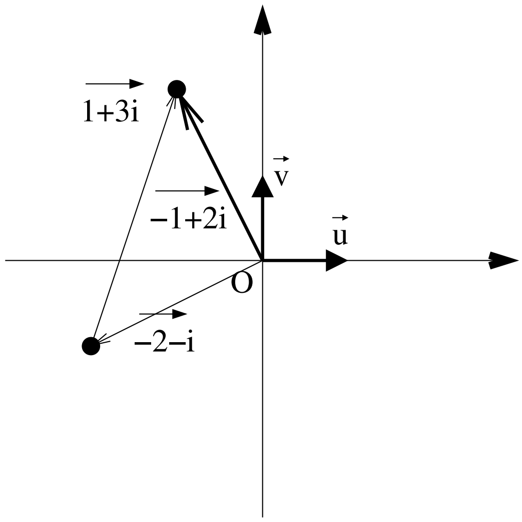
4.3 Exercice 3

Soient les nombres complexes $z = -2 - i$ et $z' = 1 + 3i$.
Calculer la somme $z + z'$, puis retrouver ce résultat graphiquement.

$$z + z' = -2 - i + 1 + 3i$$
$$z + z' = -2 + 1 - i + 3i$$
$$z + z' = -1 + 2i$$

L'affixe de la somme est donc $z + z' = -1 + 2i$.

Pour retrouver graphiquement ce résultat, il suffit de tracer depuis l'origine O du repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$ le vecteur image du nombre complexe z, puis de tracer le vecteur image du nombre complexe z'. Le vecteur qui relie l'origine O au point obtenu est le vecteur image de la somme $z + z'$. On peut donc vérifier graphiquement que son affixe est bien $-1 + 2i$.
La figure ci-dessous reproduit le problème dans le repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$.



4.4 Exercice 4

Soient le nombre complexe $z = -1 - i$.
Calculer le produit $-3z$, puis retrouver ce résultat graphiquement.

$$z = -1 - i$$
$$-3z = -3(-1 - i)$$
$$-3z = 3 + 3i$$

L'affixe du produit est donc $-3z = 3 + 3i$.

Pour retrouver graphiquement ce résultat, il suffit de tracer depuis l'origine O du repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$ le vecteur image du nombre complexe z, puis de tracer son symétrique par rapport à O (multiplication par -1), et enfin de multiplier par 3 la longueur de ce dernier vecteur tout en conservant son sens et sa direction. Le vecteur qui relie l'origine O au point final est le vecteur image du produit $-3z$. On peut donc vérifier graphiquement que son affixe est bien $3 + 3i$.
La figure ci-dessous reproduit le problème dans le repère orthonormal $(O,\vec{u},\vec{v})$.