

APPLICATIONS FINANCIERES

A INTERETS COMPOSES

L'objectif des applications à intérêts composés est :

- soit de trouver la valeur acquise par un capital au bout d'une certaine période (la valeur acquise correspond au moment du capital augmenté des intérêts)
- soit de retrouver la valeur du capital placée au départ, connaissant la valeur acquise au bout d'une certaine durée de placement (on dit dans ce cas, que l'on cherche la **valeur actuelle** du capital)

Exemple 1 : Calcul d'une valeur acquise

Un capital de 10 000 € est placé pendant 3 ans aux taux annuel de 8 %. Quelle est sa valeur acquise au bout des 3 ans ?

Valeur acquise au bout d'1 an = Capital + Intérêts de l'année

N'oublions pas que rajouter 8 % à un capital de départ revient à multiplier ce capital par 1,08

Valeur acquise au bout de 2 ans = valeur acquise au bout d'un an + Intérêts de l'année

Valeur acquise au bout de 3 ans = valeur acquise au bout de 2 ans + Intérêts de l'année

D'une manière générale :

$$\text{Valeur acquise au bout de } n \text{ années de placement} = C_0 (1 + \text{taux})^n$$

Avec C_0 : Capital placé

Taux : Taux de placement annuel

n : durée du placement en années

A partir de cette formule, on peut résoudre d'autres exercices où l'inconnue est différente :

Exemple 2 : Calcul d'une valeur actuelle

Un placement effectué le 1/03/N a, au bout de 10 ans, acquis une valeur de 3257,79 € (taux de placement annuel : 5 %). Quelle est le montant du capital qui a été placé ?

Il s'agit de retrouver C_0 (on dit que c'est un **problème d'actualisation** : on cherche à trouver la valeur actuelle du placement). Il suffit d'appliquer la formule précédente en changeant l'inconnue :

Exemple 3 : Calcul du taux de placement

Un placement de 5 000 € effectué le 1/05/N-2 a, au bout de 5 ans, acquis une valeur de 8 811,71 €. A quel taux le placement a-t-il été effectué ?

On remplace les données dans la formule :

Elever à la puissance 1/5 a pour effet de supprimer la puissance qui se trouvait dans le terme de droite. En effet, retenons que :

$$\begin{aligned}(Z^a)^b &= Z^{a \times b} \text{ donc :} \\ [(1+\text{taux})^5]^{1/5} &= (1+\text{taux})^{5 \times 1/5} \\ &= (1+\text{taux})^1 \\ &= 1+\text{taux}\end{aligned}$$

Exemple 4 : Calcul de la durée du placement

Un placement de 8 000 € effectué le 1/07/N-4 au taux de 9 % a acquis une valeur de 13 416,80 €. Quelle a été la durée du placement ?

On remplace les données dans la formule :

On utilise la propriété mathématique suivante du logarithme :

$$\ln X^a = a \ln X$$

La propriété fonctionne aussi avec la fonction LOG.

Exemple 5 : Calcul d'un taux équivalent

A quel taux mensuel un taux annuel de 10 % est-il équivalent ?

Appelons T le taux mensuel recherché, et exprimons la valeur acquise par un capital C_0 au bout d'un an de 2 manières différentes :

En utilisant le taux annuel connu :

En utilisant le taux mensuel T :

On peut dire que ces 2 valeurs acquises sont égales :